23/5/15

Επαναληπτικό φυλλάδιο.

1) x_{ij} η ποσότητα του φορτίου i που φορτώνεται στο j μέρος του αεροπλάνου (τόνοι) $i=1,2,3,4$, $j=1,2,3$

$$\max\ 310(x_{11}+x_{12}+x_{13})+380(x_{21}+x_{22}+x_{23})+350(x_{31}+x_{32}+x_{33})+285(x_{41}+x_{42}+x_{43})$$

$$x_{11}+x_{21}+x_{31}+x_{41}\le 10$$

$$x_{12}+x_{22}+x_{32}+x_{42}\le 16$$

$$x_{13}+x_{23}+x_{33}+x_{43}\le 8$$

18 480

x_{41} ;

Αναλογικά

$$\frac{480}{18}x_{11}+\frac{650}{15}x_{21}+\frac{580}{23}x_{31}+\frac{390}{12}x_{41}\le 6800$$

$$\frac{480}{18}x_{12}+\frac{650}{15}x_{22}+\frac{580}{23}x_{32}+\frac{390}{12}x_{42}\le 8700$$

$$\frac{480}{18}x_{13}+\frac{650}{15}x_{23}+\frac{580}{23}x_{33}+\frac{390}{12}x_{43}\le 5300$$

$$\frac{x_{11}+x_{21}+x_{31}+x_{41}}{\Sigma\Sigma x_{ij}}=\frac{x_{12}+x_{22}+x_{32}+x_{42}}{\Sigma\Sigma x_{ij}}=\frac{x_{13}+x_{23}+x_{33}+x_{43}}{\Sigma\Sigma x_{ij}}$$

$$x_{ij}\ge 0$$

2) x_1 η ποσότητα θειικού άλατος (βαρέλια)
x_2 — " — νιτρικού — " — (— " —)

$$\min 3x_1 + 3x_2$$
$$4 - (3x_1 + 5x_2) \le 1$$
$$5.2 - (12x_1 + 12.5x_2) \le 0.2$$
$$7.3 - (20x_1 + 3x_2) \le 1.3$$
$$x_{1,2} \ge 0$$

3)

Α/Α	1.5	2.5	3.5	Υπόλοιπο
1	6	0	0	1
2	5	1	0	0
3	4	0	1	0,5
4	3	2	0	0,5
5	2	0	2	0
6	2	1	1	1
7	1	2	1	0
8	1	3	0	1
9	0	4	0	0
10	0	1	2	0,5

Ορίζουμε x_i αριθμός ρολών που θα κοπούν με τον i-τρόπο $i = 1, \dots, 10$

A] $$\min\ x_1 + 0{,}5x_3 + 0{,}5x_4 + x_6 + x_8 + 0{,}5x_{10}$$
$$6x_1 + 5x_2 + 4x_3 + \dots + x_7 \ge 1000$$
$$x_2 + 2x_4 + \dots + x_{10} \ge 2000$$
$$x_3 + 2x_5 \dots + 2x_{10} \ge 4000$$
$$x_i \ge 0.$$

B] Θα αλλάξει η αντικειμενική συνάρτηση δηλαδή θα έχουμε:

$\min (x_1 + x_2 + \ldots + x_{10})$

4) μεταβλητές, η επιφάνεια που θα δώσουμε για κάθε χώρο:

x_δ η επιφάνεια για διαμερίσματα
x_ϵ η επιφάνεια για εμπορικό
x_γ η επιφάνεια για γραφεία
x_π η επιφάνεια για πάρκινγκ
x_α η επιφάνεια για αρχεία
x_χ η επιφάνεια για πράσινους χώρους
x_σ η επιφάνεια για σινεμά/βάνοι
(10 όροφοι + ισόγειο)

$\max (11(1000-100)x_\delta) + 8(2600-150)x_\gamma + (400-20)5x_\pi - 230x_\chi - 200x_\sigma + (3600-250)2x_\epsilon + (300-50)10x_\alpha)$

$x_\delta + x_\gamma + x_\chi + x_\sigma = 20000$

$x_\chi \geq 2x_\sigma$

$x_\chi + x_\sigma \geq 1000$

$x_\pi \leq x_\gamma + x_\chi - x_\epsilon$

$x_\chi \leq x_\gamma + x_\epsilon$

$x_i \geq 0$

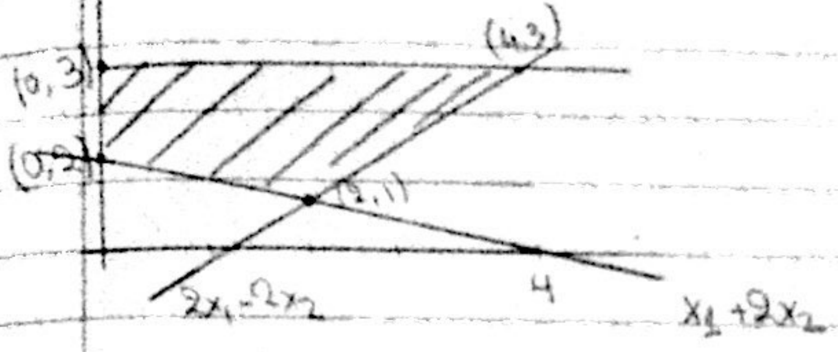
5) $\max -x_1 + 3x_2$

$x_1 + 2x_2 \geq 4$

$2x_1 - 2x_2 \leq 2$

$x_2 \leq 3$

$x_1, x_2 \geq 0$



$x_1=0$, $x_2=3$ τιμή αντικειμενικής συνάρτησης $z=9$

Κορυφές είναι βασικές εφικτές λύσεις του προβλήματος

$x_1 + 2x_2 - x_3 = 4$

$2x_1 - 2x_2 + x_4 = 2$

$x_2 + x_5 = 3$

5 άγνωστοι - 3 εξισώσεις, μηδενίζω 2 και παίρνω εφικτές

- $x_1=0$, $x_5=0$ => $x_3=2$, $x_4=6$, $x_2=3$
- $x_1=0$, $x_3=0$ => $x_2=2$, $x_4=6$, $x_5=1$

κ.λ.π.

Αν παρθεί το (0,0) $x_1=0$, $x_2=0$ τότε $x_3=-4$, $x_4=2$, $x_5=3$ βασική λύση όχι εφικτή

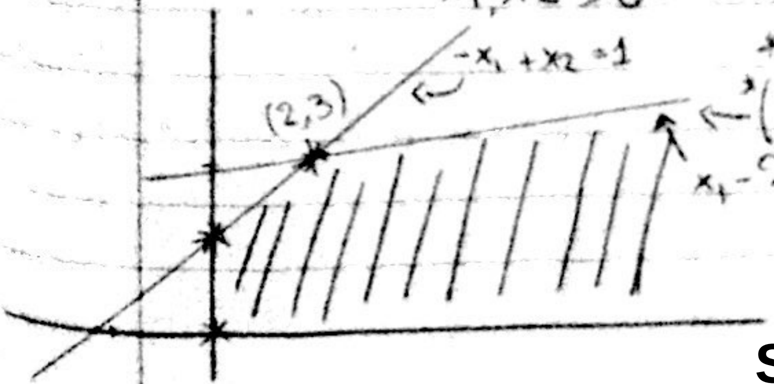
$x_1=0$ $x_2=3$ βρίσκω x_3, x_4, x_5 μεταβλητές περιθωρίου

6) max $z = 3x_1 + x_2$

$-x_1 + x_2 \leq 1$

$x_1 - 2x_2 \geq -4$

$x_1, x_2 \geq 0$



* εφικτές

$x_1 - 2x_2 = -4$ (Όσο θα αλλάζει η αντικειμενική συνάρτηση στο ΒΣ, η λύση θα πέσει εδώ πάνω)

2] Η εφικτή περιοχή μη-φραγμένη.
Κάνω ισότητες για το αλγεβρικό σύνολο των βασικών και
λύσεων.

$-x_1 + x_2 \le 1 \Rightarrow -x_1 + x_2 + x_3 = 1$

$x_1 - 2x_2 \le 4 \Rightarrow -x_1 + 2x_2 + x_4 = 1$

Όλες οι βασικές λύσεις:

$(2,3,0,0)$, $(-4,0,-3,0)$, $(-1,0,0,1.5)$, $(0,2,-1,0)$,
$(0,1,0,1)$, $(0,0,1,2)$

$(2,3,0,0)$ $\quad 2\begin{pmatrix} -1 \\ -0,5 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$2\underline{P_1} + 3\underline{P_2} = b$ (1)

Για να βάλω στη βάση μια μεταβλητή:

(2) $\quad x_{31}\underline{P_1} + x_{32}\underline{P_2} = \underline{P_3} \qquad \underline{P_3} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$x_{31} = -1, \; x_{22} = -2$

$(1) - \theta(2) = (2 - (-2)\theta)\underline{P_1} + (3+\theta)\underline{P_2} + \theta\underline{P_3} = \underline{b}$

* (από κορυφή σε κορυφή αλλάζω μια μεταβλητή)

$x_{41}\underline{P_1} + x_{42}\underline{P_2} = \underline{P_4} \qquad \underline{P_4} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$x(\theta) = (2-2\theta, -3-2\theta, 0, 1) \quad 2-2\theta \ge 0, \; -3-2\theta \ge 0$

7) $\max -x_1 + 2x_2 + x_3$

$x_1 + x_2 \le 2$

$2x_1 + x_2 - x_3 \ge 1$

$x_1 - x_3 \le 4$

$x_i \ge 0$

$\leadsto$

$\max -x_1 + 2x_2 - 3x_3$

$x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 10$

$2x_2 - x_3 + x_5 = 1$

$x_2 + 2x_4 + x_6 = 8$

$(x_1 = 2, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 4)$

B	c_B	b	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
			-1	2	-3	0	0	0
P_1	-1	10	1	-1	1	2	0	0
P_5	0	1	0	2	-1	0	1	0
P_6	0	8	0	1	0	$\boxed{2}$	0	1
			0	-1	2	-2	0	0
P_1	$(-1+\Delta c_1)$	2	1	-2	1	0	0	-1
P_5	0	1	0	2	-1	0	1	0
P_4	0	4	0	1/2	0	1	0	1/2
		-2	0	0	2	0	0	1

(Δ) $\min 10w_1 + w_2 + 8w_3$

$w_1 \geq -1$ ✓

$w_1 - w_2 \geq -3 \rightarrow w_1 + 2w_2 + w_3 \geq 2$

$2w_1 + 2w_3 \geq 0$ ✓

$w_1 \in \mathbb{R},\ w_2, w_3 \geq 0$

* (Με την λύση του (δ) κοιτάμε ποιες μεταβλητές όχι μηδέν άρα ισότητα, κοιτάω που μου κάνουν ισότητα κ' που ανισότητα)

$w_1 = (z_1 - c_1) + c_1 = 0 - 1 = -1$

$w_2 = (z_2 - c_2) + c_2 = 0$

$w_3 = (z_3 - c_3) + c_3 = 1$

Τιμή αντικειμενικής συνάρτησης δυϊκού $u = -2$.

* (Εναλλακτικός τρόπος δυϊκών μεταβλητών - συμπληρωματική χαλαρότητα)

1ο - 4ο του δυϊκού ισότητες

$w_1 = -1$

$2w_1 + 2w_3 = 0$

2ος περιορισμός χαλαρός, άρα $w_2 = 0$

στο δ έχω 0 αλλά ο περιορισμός δεν μπορεί να είναι ισότητα

Για την c_1:

$(-1+\Delta c_1)\cdot(-2) + (-1+\Delta c_1)2 + (2+\Delta c_1)\cdot 1/2 - 2 > 0$

κλπ.

$-2 \leq \Delta c_1 \leq 0$

για το b_2

$$B^{-1}\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2+\Delta b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Κάτω από την P_2 έχουμε μηδενικό και δεν είναι στον μοναδιαίο οπότε έχουμε εναλλακτική λύση και κυρτό συνδυασμό.

8) $\max\ x_1+2x_2+x_3$

$$\begin{aligned} x_1+x_2 &\leq 2 \\ 2x_1+x_2-x_3 &\geq 1 \\ x_1-x_3 &\leq 4 \\ x_i &\geq 0 \end{aligned} \quad \rightsquigarrow \quad \begin{aligned} &\max\ x_1+2x_2+x_3-Mx_7 \\ &x_1+x_2+x_4=2 \\ &2x_1+x_2-x_3-x_5+x_7=1 \\ &x_1-x_3+x_6=4 \\ &x_i \geq 0 \end{aligned}$$

ή λύνουμε $\min x_7$ με τους ίδιους περιορισμούς.

τιμή αντικειμενικής συνάρτησης 5

$x_1=0$, $x_2=2$, $x_3=1$

10) x_i η ποσότητα του προϊόντος i που παράγεται

$\max(10x_1+6x_2+8x_3)$

$$\begin{aligned} 2x_1+x_2+1.6x_3 &\leq 32 \\ x_1+2x_2+1.6x_3 &\leq 40 \\ x_1+2x_2+2x_3 &\leq 43 \\ x_1+x_2+x_3 &\leq 60 \\ 2x_1+x_2+x_3 &\leq 40 \\ x_i &\geq 0 \end{aligned}$$

$x_1=8$, $x_2=16$, $x_3=0$, $z=176$

(Για συνέχεια ακολουθούν [illegible])

- Θα έπρεπε να τα αγοράσει και η μέγιστη τιμή θα ήταν 4,67 μονάδες (δυϊκή τιμή)
- $32 \cdot 4,666 + 40 \cdot 0,667$
- Δεν έχει νόημα να αγοράσουμε μηχανήματα (είναι μέσα στην επιτρεπόμενη αύξηση)
- Αν αυξηθεί κατά 2 τότε 2×8, αν ελαττωθεί τότε μειώνονται κατά 8.
- Δεν θα αλλάξει η λύση μου, 2×16.
- Δυϊκή τιμή μίξης 0 άρα δεν συμφέρει να πληρώσει τίποτε.
- $3 \times 4,66$, θα επηρεάσει τα έσοδα
- το τρίτο δεν παράγεται στο βέλτιστο πλάνο. κατά 0,53 να το αυξήσουμε για να πάρουμε απόφαση να το παράγουμε.